

De l'importance d'un bon suivi des hypothèses actuarielles

Si l'élaboration des hypothèses actuarielles doit répondre à certaines obligations d'objectivité, de réalisme et de mesure, leur actualisation constitue également un enjeu majeur. Car la vocation d'une hypothèse actuarielle est claire : **permettre d'évaluer au mieux les risques.**

Tour d'horizon des méthodes de suivi.

Les hypothèses actuarielles sont nécessaires pour l'évaluation des risques et doivent être prudentes et réalistes. Il s'avère, néanmoins, que le suivi de ces hypothèses est d'une importance capitale pour garantir leur pertinence et

adéquation avec l'évolution du risque. Il est alors indispensable de se doter d'un dispositif de suivi du risque qui permette de détecter de manière robuste le moment des changements dans les hypothèses afin d'adapter rapidement les tarifs et la gestion des risques à cette évolution.

Le modèle de Poisson

En assurance, le modèle Poissonien est fréquemment utilisé pour représenter la fréquence de sinistralité, de rachat, de mortalité et de passage en dépendance entre autres. L'estimation de la fréquence ou l'intensité de cette loi est donc un des outils de base de la sélection de l'hypothèse actuarielle.

En assurance-vie, l'actuaire part, par exemple, d'une intensité de mortalité « réglementaire » (par exemple les tables TGHF05 ou THF 00-02 en France) pour déterminer celle de la population de son portefeuille. Les caractéristiques de cette dernière n'étant pas les mêmes que celles de la population de référence, l'actuaire applique alors un taux d'abattement pour relier les deux intensités de mortalité. Cette hypothèse joue un rôle important, à la fois dans la tarification des produits et dans la gestion des risques sous-jacents. Néanmoins, ce taux est amené à évoluer dans le temps compte tenu de l'incertitude quant à l'évolution future du risque biométrique mais aussi à la politique de souscription pouvant altérer l'appréciation initiale du risque. Il est donc important d'être en mesure de bien estimer cette intensité mais surtout de mettre à jour le taux d'abattement dès lors que le flux des données le suggère.

Généralement, une modification des taux d'incidence, de la survie des cotisants, de la survie des dépendants ou même de la survenance des sinistres ne peut être détectée et mesurée aussi directement.


Signaler un changement rapidement...

Les techniques de détection rapide permettent d'établir une stratégie de suivi de l'évolution du risque. Dans le cas du processus de Poisson, les nouveaux travaux de recherche des membres du projet LoLitA (Longevity with Lifestyle Adjustment), sélectionné par l'Agence Nationale de la Recherche (ANR), visent à répondre à cette problématique (cf. El Karoui, Loisel et Salhi. [2016a,b]). Plus précisément, l'objectif est de mettre en place une procédure de détection du moment du changement permettant de tirer une alarme dès lors que l'intensité (ou le taux d'abattement) change. À noter, que ces méthodes

permettent de détecter le moment du changement et non pas l'ampleur de la déviation.

Par exemple, la date du passage d'un taux de 90% à un taux cible 85% correspondant à une accélération des améliorations de longévité. La

Les techniques de **détection rapide** permettent d'établir **une stratégie de suivi de l'évolution des risques**

détection rapide répond à une double problématique : déclencher l'alarme le plus tôt possible afin de prendre des décisions adéquates dans les plus brefs délais ; tout en limitant les 

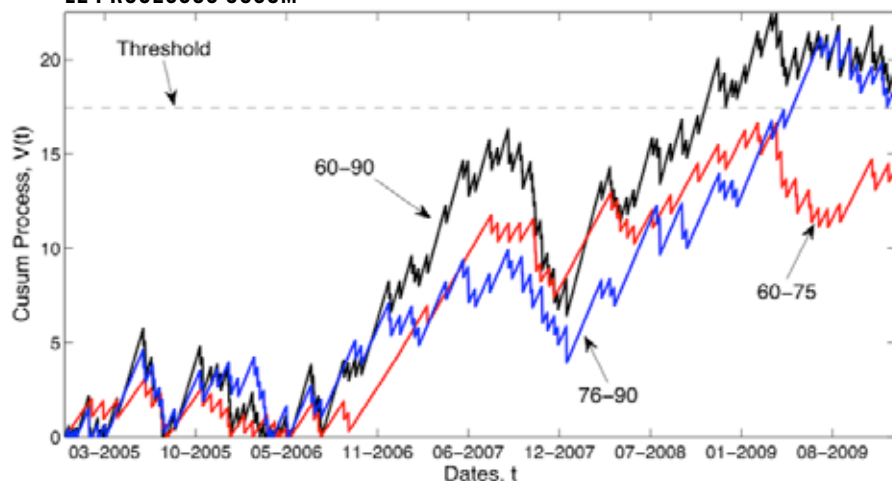
Un exemple...

PERFORMANCE DE LA PROCÉDURE DE DÉTECTION

Taille du portefeuille	1 000 rentiers			5 000 rentiers			10 000 rentiers		
	60-90 ans	60-75 ans	76-90 ans	60-90 ans	60-75 ans	76-90 ans	60-90 ans	60-75 ans	76-90 ans
Hypothèse à surveiller									
Nb de décès jusqu'à la détection									
100% → 95%	596	710	498	246	99	107	240	99	106
100% → 90%	244	320	186	106	55	59	112	55	58
100% → 85%	92	122	100	58	35	36	61	34	36
Temps jusqu'à la détection									
100% → 95%	1086	1130	1120	576	617	422	308	327	212
100% → 90%	931	1124	947	276	373	241	151	192	127
100% → 85%	707	980	734	161	247	159	84	127	80

La figure suivante est une représentation de la procédure. Elle est basée sur une simulation de la survie dans un portefeuille de rentiers. Les décès sont simulés en utilisant la table TGH05 avec un taux d'abattement égal à 95%. Cette illustration représente le cas de figure où l'on a fixé l'hypothèse à 100% et surveillant un passage à 95% qui est, en l'occurrence, le vrai niveau de mortalité. Pour un tel niveau et un portefeuille initial de 5000 rentiers âgés de 60 à 90 ans, la procédure de surveillance signale le changement, en moyenne, au bout de 576 jours nécessitant l'observation de 246 décès. A noter que le temps nécessaire pour détecter ce même changement est réduit pour un portefeuille plus grand.

LE PROCESSUS CUSUM



... fausses alarmes, à savoir le déclenchement d'une alarme alors qu'aucun changement n'a eu lieu. Cette problématique est abordée par une formulation minimax qui mêle les notions de temps moyen jusqu'à la fausse alarme et le retard de détection. La qualité d'une procédure de détection est alors appréciée sur sa capacité à détecter le plus rapidement possible une rupture tout en ayant un temps moyen fixé jusqu'à la fausse alarme. En prenant en compte ces deux mesures, l'approche minimax est formulée moyennant un problème d'arrêt optimal.

Mise en place de la **procédure de détection**

La procédure optimale de détection rapide se base sur la statistique dite de CUSUM, qui n'est autre que le maximum du logarithme du quotient des vraisemblances entre la date du début de la surveillance et le temps courant. L'utilisation du processus CUSUM a été motivée par Page [1954]

pour les tests séquentiels d'adéquation d'hypothèses. Il s'agit avant tout d'une méthode graphique qui consiste en la construction séquentielle de la statistique compte tenu de la sinistralité observée, l'hypothèse initiale mais aussi du niveau critique à prendre en compte (cf. El Karoui, Loisel et Salhi [2016b]). Pour prendre en compte l'arrivée des observations, le rapport de vraisemblance est mis à jour à chaque nouvelle observation ainsi que son nouveau maximum. L'estimation de la date du changement correspond au premier moment où la statistique CUSUM franchit un certain seuil fixé par le niveau acceptable de fausse alarme. Le niveau de fausse alarme acceptable doit se baser sur l'avis d'expert et sur l'appétence au risque de l'entreprise. Yahia Salhi Enseignant-chercheur à l'ISFA, Chaire DAMI (ISFA / BNP Paribas Cardif).

Yahia Salhi, enseignant-chercheur à l'Isfa, Chaire DAMI (Isfa / BNP Paribas Cardif) Cet article est basé sur les travaux de recherche de l'auteur avec Nicole El Karoui et Stéphane Loisel

N. El Karoui, S. Loisel, Y. Salhi, « Minimax Optimality in Robust Detection of a Disorder Time in Doubly Stochastic Poisson Process », Working Paper, 2016a.
N. El Karoui, S. Loisel, Y. Salhi, « Monitoring of Biometric Assumptions in Life Insurance », Working Paper, 2016b.
E.S. Page, « Continuous inspection schemes ». *Biometrika* 41.1/2 (1954): 100-115